УДК 338.28

ДИСКРЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ И ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ПРЕДПРИЯТИЙ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕННОСТЕЙ

Максимов П.А., лаборант кафедры «Алгебры, геометрии и анализа», *ФГАОУ ВО «Дальневосточный Федеральный Университет»*, e-mail: maximov.pa@students.dvfu.ru
Рогулин Д.С., студент 2 курса направления «Прикладная информатика», *ФГБОУ ВО «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса»*, e-mail: rogulin.ds@students.vvsu.ru
Рогулин Н.С., студент 2 курса бакалавриата направления «Прикладная информатика», *ФГБОУ ВО «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса»*, e-mail: rogulin.ns@vvsu.ru
Симаков В.К., лаборант кафедры «Алгебры, геометрии и анализа», *ФГАОУ ВО «Дальневосточный Федеральный Университет»*, e-mail: simakov.vk@students.dvfu.ru
Максименко В.И., к.т.н., доцент, член научного совета Инженерной Школы, *ФГАОУ ВО «Дальневосточный Федеральный Университет»*, e-mail: maximenko.vi@dvfu.ru
Лаврушина Е.Г., старший преподаватель кафедры «Информационные технологии и системы», *ФГБОУ ВО «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса»*, e-mail: lavrushina.eg@vvsu.ru

XXI заслужено именуется веком оптимизаций индустриальных процессов. Проблема возникла в процессе переработки древесины и ее дальнейшей транспортировки до пунктов потребления в рамках лесоперерабатывающей компании – производителя. Приведен анализ методов решения рассматриваемой проблемы. Рассмотрены две возможные модели линейного программирования для их дальнейшего объединения в одну – комплексную (модели производственной и транспортной задач). Выведена единая целочисленная булева модель математического моделирования для решения комплексной задачи и подобран алгоритм оптимального поиска решения из расчета скорейшей сходимости к оптимуму. Показано, что классические задачи, которые имеют более одной проблемы, которые можно представить в виде линейных моделей, стоит решать, не последовательно, но комплексно. Данная статья посвящена решению нетривиальной, сложной транспортно-производственной проблеме в терминах математического моделирования. Особенность модели заключается в том, что она учитывает нормы трудозатрат производства, удовлетворяет потребности в конечных пунктах, также учитывает параметр затрат на транспортировку (экзогенно задан), объем продукции на складе, цены реализации продукции потребителям. Показано, что в случае, если к задаче добавляются дополнительные экономически интересующие параметры, то могут быть разработаны модификации модели, описанной ниже. Процесс оптимизации ведется по следующим параметрам: денежные издержки, возникающие при транспортировке – минимизация, прибыль, возникающая в ходе реализации товара - максимизация. Задача относится к классу нетривиально-комбинаторному, что ее делает актуальной в рамках современной цифровой экономики.

Ключевые слова: Математическая оптимизация, Математическое программирование, транспортная задача, производство, экономика.

DISCRETE MODELING OF TRANSPORT AND PRODUCTION-ECONOMIC PROBLEMS OF ENTERPRISES OF DIFFERENT DIRECTIONS

Maksimov P., laboratory assistant of the Algebras, geometry and analysis department, *FSAEI HE «Far Eastern Federal University»,* e-mail: maximov.pa@students.dvfu.ru
Rogulin D., second-year student of the Applied Informatics direction, *FSBEI HE «Vladivostok State University of Economics and Service»,* e-mail: rogulin.ds@students.vvsu.ru
Rogulin N., second-year student of the Applied Informatics direction, *FSBEI HE «Vladivostok State University of Economics and Service»,* e-mail: rogulin.ns@vvsu.ru
Simakov V., laboratory assistant of the Algebras, geometry and analysis department, *FSAEI HE «Far Eastern Federal University»,* e-mail: simakov.vk@students.dvfu.ru
Maksimenko V., Ph.D., assistant professor, Member of the Scientific Council of the Engineering School, *FSAEI HE «Far Eastern Federal University»,* e-mail: maximenko.vi@dvfu.ru
Lavrushina E., Senior Lecturer, Information Technology and Systems chair, *FSBEI HE «Vladivostok State University of Economics and Service»,* e-mail: lavrushina.eg@vvsu.ru

XXI is deservedly called the century of optimizations of industrial processes. The problem arose in the process of wood processing and its further transportation to consumption points within the framework of a timber processing company - producer. The analysis of methods for solving this problem is given. Two possible linear programming models are considered for their further integration into one - complex (models of production and transport problems). A single integer Boolean model of mathematical modeling is derived for solving a complex problem, and an algorithm for optimal search for a solution is selected from the calculation of the fastest convergence to optimum. It is shown that classical problems that have more than one problem, which can be represented as linear models, are worth solving, not sequentially, but comprehensively. This article is devoted to solving a non-trivial, complex transport and production problem in terms of mathematical modeling. The peculiarity of the model lies in the fact that it takes into account the norms of labor costs of production, satisfies the needs for end points, also takes into account the parameter of transportation costs (exogenously set), the volume of products in the warehouse, and the selling prices of products to consumers. It is shown that if additional economically interesting parameters are added to the task, modifications to the model described below can be developed. The optimization process is carried out according to the following parameters: cash costs incurred during transportation - minimization, profit arising during the sale of goods - maximization. The task belongs to the non-trivial-combinatorial class, which makes it relevant in the framework of the modern digital economy.

Keywords: Mathematical optimization, Mathematical programming, transport problem, production, economics.

ВВЕДЕНИЕ

Экстенсивное производство считается отличительной чертой производственной системы XX века, в то время как, оптимизированное производство именуется производственной системой XXI века [1]. Оптимизация производственных процессов — это понятие, применимое к компании на любой стадии развития [2]. Кроме того, существуют экономические ситуации, в которых присутствует необходимость в оптимизации производства, или предприятие окажется нерентабельным [1, 2]. В известных условиях (дешевая рабочая сила, сырье и энергия), рентабельность достигается ввиду широкой доступности перечисленных источников, то в случае с повышением цен на эти составляющие предприятие вынуждено

Таблица 1. Методы и алгоритмы поиска оптимального решения в задачах класса «транспортно-производственных».

Метод	Свойства метода	Работа с «Big Data»	Скорость сходимости	Вычислительная сложность
Квадратическое программирование [17, 18, 19]	Сперва строится математическая квадратическая модель, затем используя стандартные алгоритмы, происходит поиск оптимума	-	Средняя	Высокая
Supply Chain Management [1, 2]	Построение математической модели (необязательно линейной или квадратической). Используя модификации генетического алгоритма, происходит процесс нахождения оптимума задачи	+	Низкая	Высокая
Применения теории графов [2, 13, 15]	Используются основные теоремы теории графов.	-	Низкая	Высокая

повысить издержки, и, соответственно, стать минимально рентабельным. Предприятию приходится сокращать затраты и применять более эффективные технологии производства [1, 2, 3].

Одним из методов уменьшения расходов можно назвать экономико-комбинаторный вопрос о производственных объемах. Такой метод может дать решение проблемы о максимальной оптимизации, во-первых, занятости трудового ресурса в ходе производства – объем использования групп рабочих во вредном производстве, во-вторых, решается проблема оптимизации затраты времени на производство. Упомянутые выше параметры становятся ключевыми при поиске оптимального комбинаторного решения на открывающихся или расширяющихся предприятиях [6, 7, 8, 9, 10] лесотехнической направленности народного хозяйства.

Подобная задача, как правило рассматривается отдельно – по подзадачам, т.е. отдельно решается задача производства, затем решается транспортная задача. Такой подход не всегда дает представление об оптимальном объеме производства и транспортировки [1, 2]. Такая задача носит характер комбинаторной и нетривиальной при большой выборке рассматриваемых мест, дорог.

ОБЗОР АЛГОРИТМОВ

В таблице 1 представлены методы решения подобной задачи.

Ввиду всего вышеперечисленного, касательно возможных алгоритмов решения задачи, построим модель линейного целочисленного программирования, т. к. поиск оптимального решения на такой модели не представляется сложным. При определении лечшего решения будем использовать метод отсечений Гоморри [12, 14, 16], так как этому методу присуща быстрая сходимость.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем метку нормо-затрат для выпуска j-ого товара в i-ом пункте принимает вид

$$U = \{U_{ij}\}, i = 1{:}n, j = 1{:}m \tag{1}$$

Обозначим запас в i-ом пункте производства ресурсов вектором

$$b = \{b_i\}, i = 1{:}n, \tag{2}$$

Пусть существует некоторый объема спроса на продукцию в каждом из конечных пунктах потребления (3).

$$a = \{a_t\}, t = 1{:}\theta \tag{3}$$

Введем экзогено заданные цены

$$p = \{p_j\}, j = 1{:}m \tag{4}$$

При транспортировке продукции от склада/ места производства (i) до пункта потребления (j) существуют издержки

$$D = \{D_{ij}\}, i = 1{:}n, j = 1{:}m \tag{5}$$

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Общеизвестны две классические модели линейного программирования. Рассмотрим их подробнее.

Транспортная задача [16].

Введем переменную x_{ij}, которая будет отвечать за количество перевезенного из пункта i в j товара. Так как целью задачи является поиск такого пути, который был бы минимальной стоимости имеем целевую функцию (6) [1, 13]:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}D_{ij} \to \min \tag{6}$$

Однако для того, чтобы потребитель получил весь объем, что ему необходим следует учитывать спрос [14]

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_j, j = 1{:}m \tag{7}$$

Положим, что весь объем, который необходимо отправить равен тому, что есть на складе [15]:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_i, i = 1{:}l \tag{8}$$

Далее происходит дилемма.

Первый случай:

$$\sum_j a_j < \sum_i b_i \tag{8а}$$

В данном случае видно, что объем на складе больше потребного объема, тогда ограничение (8) примет вид

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le b_i, i = 1:l \tag{8б}$$

Второй случай:

$$\sum_j a_j > \sum_i b_i \tag{8в}$$

В рассматриваемом втором случае ситуация несколько более сложная чем в первом. В данном случае видно, что суммарный потребный объем больше, чем предприятие может предложить. Тогда в этой ситуации предлагается заменить ограничение (7) на ограничение (8г), что соответствует экономической мысли о том, что предприятие готово распределить некоторый объем своих товаров по покупателям.

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le a_j, j = 1:m \tag{8г}$$

Производственная задача [16].

Положим s_j – это объем товара j, которое подлежит производству из условия оптимума. Исходя из постановки задачи статьи, нужно максимизировать прибыль. Запишем это [1, 8, 16]

$$\sum_{i=1}^{m_1} s_j p_j \to \max \tag{9}$$

Производство ограничено количеством сырья [1, 8]

$$\sum_{j=1}^{m_1} U_{ij} s_j \le b_i, i = 1:n_1 \tag{10}$$

Так как производитель не может производить дробные товары [4, 5], тогда

$$s_j \in Z^+ \tag{11}$$

Сформулируем *комплексную модель*, основываясь на предыдущих выводах. Математическая модель примет вид:

$$\left\{\begin{array}{l}
\sum_{j=1}^{m} s_j p_j - \sum_{j=1}^{m}\sum_{t=1}^{\theta} D_{jt} x_{jt} \to max \\
\sum_{j=1}^{m} U_{ij} s_j \le b_i, i = 1:n \\
\left[\begin{array}{l} \text{Если} \sum_j a_j > \sum_i b_i \text{, то} \sum_{j=1}^{m} x_{jt} \le a_t, t = 1:\theta \\ \text{Иначе, тогда} \sum_{j=1}^{m} x_{jt} = a_t, t = 1:\theta \end{array}\right. \\
\left[\begin{array}{l} \text{Если} \sum_j a_j < \sum_i b_i \text{, то} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le b_i, i = 1:l \\ \text{Иначе, тогда} \sum_{t=1}^{\theta} x_{jt} = b_j, j = 1:m \end{array}\right. \\
a_j, \in Z^+, x_{jt} \ge 0
\end{array}\right. \tag{12}$$

Система (12) описывает экономическую задачу, рассмотренную выше. Система линейна и относится к классу задач линейного целочисленного булевого [12] программирования.

ТЕСТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ НА ДАННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯ

Рассмотрим данные с одного из предприятий Приморского края из лесотехнической отрасли. Реализация и начальные данные представлены в[1] в среде Matlab. На рисунке 1 представлена визуализация графа D.

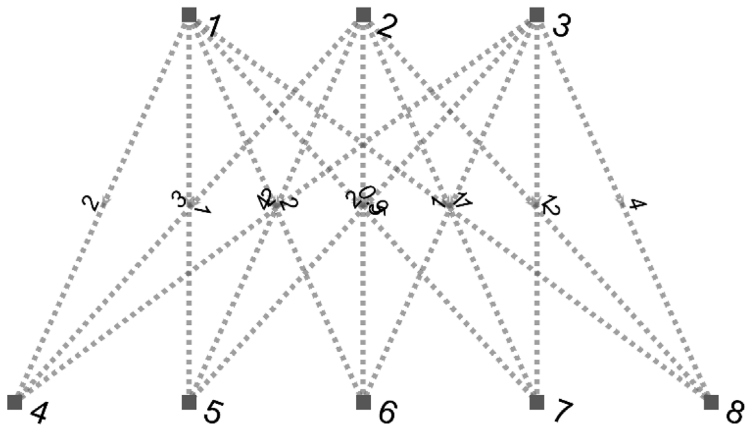

Рис. 1. Произвольная визуализация графа С

На рисунке 2 провизуализировано решение транспортной подзадачи.

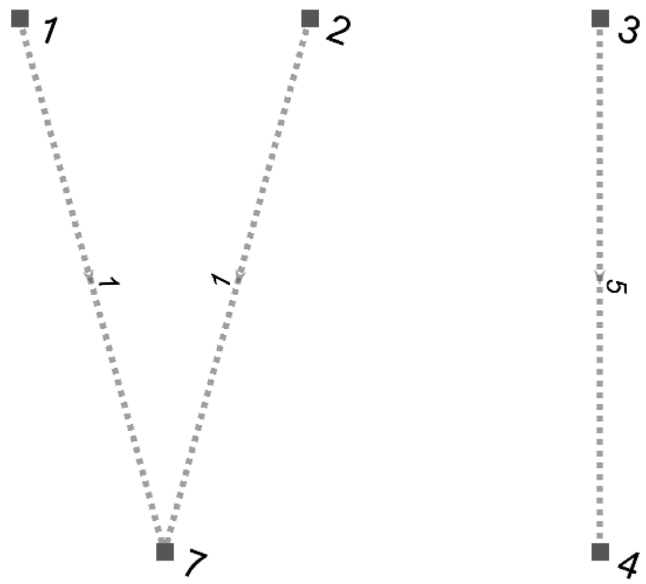

Рис. 2. Визуализация решения транспортной подзадачи

Оптимальные выпуск составил $s = [1,1,5]$. Транспортные издержки не превысили ожидаемые.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной статье рассмотрена распространенная комбинаторная задача лесотехнической отрасли об оптимальном объеме производства и об оптимальной транспортировке грузов. Сформулирована математическая модель, подобран алгоритм поиска оптимального решения, написан программный продукт по поиску решения. Проведено тестирование модели, выявлено, что модель работает адекватно. Подобная модель может иметь ряд модификаций.

Литература:

1. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ВРЕМЕНИ И МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА Транспортное дело России. 2018. № 4. С. 79-82.

2. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е., Олейник Е.Б. КОМПЛЕКСНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА И ТРАНСПОРТИРОВКИ ПРОДУКЦИИ Вопросы экономики и права. 2018. № 121. С. 81-85.

3. Рогулин Р.С., Плешанов Д.Е., Нечаев П.В. КОМПЛЕКСНАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА И ТРАНСПОРТИРОВКИ ПРОДУКЦИИ Дискурс. 2018. № 5. С. 66-73.

4. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е., Евдакимова Н.С., Гончаров Е.Д., Максименко В.И. ОБОБЩЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИИ Прикладная информатика. 2018. Т. 13. № 6 (78). С. 133-141.

5. Рогулин Р.С. ЗАДАЧА СЕТЕВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ: НОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ В сборнике: Дни науки Сборник материалов научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. В 3-х частях. 2018. С. 672-677.

6. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Евдакимова Н.С., Гончаров Д.Е., Максименко В.И., Плешанов Д.Е. ОБОБЩЕНИЕ НЕКОТОРЫХ РЕШЕНИЙ ПРОБЛЕМ ПРЕДПРИЯТИЙ Вестник Марийского государственного университета. Серия: Сельскохозяйственные науки. Экономические науки. 2018. № 4 (16). С. 126-132.

[1] URL: https://pastebin.com/hidshDDj

7. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. ОБОБЩЕНИЕ ЗАДАЧ ТРАНСПОРТНОЙ, УЧЕТА ВРЕМЕНИ, МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА В РАМКАХ ЕДИНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ Экономика и предпринимательство. 2018. № 9 (98). С. 813-816.

8. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. ЕДИНАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ, ТРАНСПОРТНОЙ, УЧЕТА ВРЕМЕНИ, МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА Экономика и предпринимательство. 2018. № 9 (98). С. 849-853.

9. Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОВЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПУНКТОВ НА РЫНКЕ И ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕДПРИЯТИЙ Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2018. № 6 (69). С. 151-157.

10. Рогулин Р.С., Жандармов В.О., Пугачёва Е.С., Матвеев В.В. ПРОИЗВОДСТВЕННО-КОМБИНАТОРНАЯ МОДЕЛЬ ПО ПОИСКУ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ДЛЯ ВЫХОДА НА НОВЫЕ РЫНКИ ЛЕСА И ПИЛОМАТЕРИАЛОВ Вестник Ростовского государственного экономического университета (РИНХ). 2019. № 1 (65). С. 139-145.

11. Rogulin R.S. MODIFIED TSP В книге: THE 5TH ANNUAL STUDENT SCIENTIFIC CONFERENCE IN ENGLISH Conference proceedings. 2018. С. 114-115.

12. Рогулин Р.С., Максименко В.И., Жандармов В.О., Пугачева Е.С., Матвеев В.В., Рогулин Д.С. О РАСШИРЕНИИ СКЛАДСКОЙ БАЗЫ В РАССМАТРИВАЕМОМ ЭКОНОМИЧЕСКОМ РАЙОНЕ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ОПТИМАЛЬНОЙ РАБОТЫ ЛОГИСТИКИ Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2019. № 2 (71). С. 75-82.

13. Рогулин Р.С., Максименко В.И., Злобина Д.В., Жандармов В.О., Пугачева Е.С., Матвеев В.В. ЗАДАЧА КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ: ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВЕННОГО И ТРАНСПОРТНОГО ПЛАНА ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА НА НОВЫХ ТЕРРИТОРИЯХ Вестник УрФУ. Серия: Экономика и управление. 2019. Т. 18. № 3. С. 364-377.

14. Рогулин Р. С., Лебедев М. А., Злобина Д. В., Максименко В. И., Рогулин Н. С., Рогулин Д. С. КОМБИНАТОРНО-ТРАНСПОРТНАЯ МОДЕЛЬ ПО ПОИСКУ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА ДЛЯ РАСШИРЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА Аудиторские ведомости. 2019. № 3. С. 63-67.

15. Chu, W. S., de la Torre, F., Cohn, J. F., & Messinger, D. S. (2017). A Branch-and-Bound Framework for Unsupervised Common Event Discovery. International Journal of Computer Vision, 1-20. DOI: 10.1007/s11263-017-0989-7

16. Siew Mooi Lim, Abu Bakar Md. Sultan, Md. Nasir Sulaiman, Aida Mustapha, and K. Y. Leong, “Crossover and Mutation Operators of Genetic Algorithms,” International Journal of Machine Learning and Computing vol. 7, no. 1, pp. 9-12, 2017.

17. X. Du, Z. Li, and W. Xiong, “Flexible Job Shop scheduling problem solving based on genetic algorithm with model constraints,” in Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM 2008, pp. 1239–1243, Singapore, December 2008.

18. P. Sumathi (2016) A new approach to solve linear programming problem with intercept values, Journal of Information and Optimization Sciences, 37:4, 495-510, DOI: 10.1080/02522667.2014.996031

19. Daganzo, C. F., & Smilowitz, K. R. (2004). Bounds and approximations for the transportation problem of linear programming and other scalable network problems. Transportation Science, 38(3), 343-356. DOI: 10.1287/trsc.1030.0037

20. Hadi Heidari Gharehbolagh, Ashkan Hafezalkotob, Ahmad Makui, and Sedigh Raissi, “A cooperative game approach to uncertain decentralized logistic systems subject to network reliability considerations,” Kybernetes, vol. 46, no. 8, pp. 1452–1468, 2017.

21. Палий И.А. ВВЕДЕНИЕ В ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ: Учебное пособие. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2007. - 200 с. ISBN 978-5-93204-353-0

22. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. – М.:Мир, 1971. – 534 с.

23. Писарук Н. Н., Исследование операций – Минск: БГУ, 2015. – 304 с.