

В.М. Гриняк¹, Е.Г. Лаврушина², О.Б. Богданова³

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса
Владивосток. Россия

Выставка многопозиционной системы наблюдения по траекторным измерениям*

Работа посвящена проблеме построения систем наблюдения на основе измерителей дальностей или разностей дальностей. Обсуждаются постановка и подходы к решению двухкоординатной задачи выставки (местной координатной привязки) многопозиционной системы, предназначенной для наблюдения подвижных объектов различного целевого назначения (подводных, надводных, наземных, воздушных и др.). Такого рода системы продолжают оставаться актуальными как для традиционных сфер решения навигационных задач, так и для задач наблюдения нового типа, например, навигация мобильных устройств на основе данных GSM или WiFi. Сформулирована математическая модель задачи выставки, основанная на уравнениях типа «состояние–измерение» непрерывного типа и конечномерных представлениях метода наименьших квадратов. В силу исходной нелинейности задачи предлагается её линеаризация около некоторого опорного решения, характеризующего априорные представления о состоянии системы наблюдения. При этом уделено внимание вопросу разрешимости задачи с точки зрения трёх взаимосвязанных понятий: принципиальной разрешимости (наблюдаемости), разрешимости в условиях инструментальных погрешностей измерений и разрешимости в условиях конечной точности вычислений на ЭВМ. Первый аспект разрешимости интерпретируется полнотой ранга соответствующей системы линейных алгебраических уравнений, второй – обусловленностью задачи и сходимостью итерационной процедуры оценивания; для последнего сформулировано условие достаточного типа, учитывающее относительную точность представления вещественных чисел в ЭВМ. Приведены результаты численного моделирования задачи для типичных ситуаций, продемонстрирована разрешимость задачи как для двухкоординатного случая. Показано, что достижимые точности выставки достаточны для качественного решения навигационных задач.

Ключевые слова и словосочетания: маячная система, наблюдение, навигация, выставка, наблюдаемость, обусловленность, дальность, разность дальностей.

V.M. Grinyak, E.G. Lavrushina, O.B. Bogdanova

Vladivostok State University of Economics and Service
Vladivostok, Russia

Adjustment of multiposition observing system with respect to trajectory measurements

Current paper is about problem observation system based on range or range difference measurer. The paper discusses the formulation and approaches to the solution of the two-coordinate task of the exhibition (local coordinate binding) of a multi-position system intended for monitoring mobile objects for various special

* Работа поддержана грантом РФФИ, проект 15-08-00234

¹ Виктор Михайлович Гриняк – д-р техн. наук, доцент кафедры информационных технологий и систем; 690014, Россия, Владивосток, ул. Гоголя, 41; e-mail: Viktor.Grinyak@vvsu.ru.

² Елена Геннадьевна Лаврушина – ст. преподаватель кафедры информационных технологий и систем; 690014, Россия, Владивосток, ул. Гоголя, 41; e-mail: elena.lavrushinag@vvsu.ru.

³ Ольга Борисовна Богданова – ст. преподаватель кафедры информационных технологий и систем; 690014, Россия, Владивосток, ул. Гоголя, 41; e-mail: olga.bogdanova@vvsu.ru.

purposes (underwater, surface, surface, air, etc.). Such systems continue to be relevant both for traditional navigation tasks and for new types of surveillance tasks, for example, navigation of mobile devices based on GSM or WiFi data. The mathematical model of the exhibition problem based on equations of the "state-measurement" type of continuous type and finite-dimensional representations of the method of least squares is formulated. Because of the initial nonlinearity of the problem, it is proposed to linearize it about some support solution that characterizes the a priori notions of the state of the observation system. Attention is paid to the problem of solvability of the problem from the point of view of three interrelated concepts: fundamental solvability (observability), solvability in conditions of instrumental measurement errors and solvability under conditions of finite accuracy of computer calculations. The first aspect of solvability is interpreted by the completeness of the rank of the corresponding system of linear algebraic equations, the second by the conditionality of the problem and the convergence of the iterative estimation procedure; For the latter, a condition of sufficient type that takes into account the relative accuracy of the representation of real numbers in a computer is formulated. The results of numerical simulation of the problem for typical situations are presented, the solvability of the problem is demonstrated for both the two-coordinate case. It is shown that achievable accuracy of the exhibition is sufficient for a qualitative solution of navigational problems.

Keywords: beacon system, observation, navigation, positioning, observability, conditionality, range, distance difference.

Введение

Многопозиционные системы наблюдения играют значительную роль в обеспечении навигации современных движущихся объектов различного целевого назначения [1–3]. При этом построение самих многопозиционных систем также связано с решением специфических навигационных задач, обеспечивающих привязку их элементов (например, маяков, ориентиров и т.п.) к тем системам отсчета, в которых при последующей эксплуатации и оцениваются параметры движения объектов.

В настоящей работе рассматриваются некоторые вопросы выставки многопозиционных систем локального действия в процессе реализации замкнутой процедуры, когда идентификация параметров системы выполняется вместе с решением задачи навигации объекта, маневрирующего в зоне обслуживания. Такая выставка названа динамической.

Следует отметить, что указанный подход к выставке многопозиционных систем не нов и в той или иной степени реализуется при построении современных систем [4–6]. Примером тому могут служить спутниковые радионавигационные системы, пространственная геометрия которых идентифицируется именно в результате совместного определения (уточнения) как параметров орбит навигационных спутников, так и местоположения наземных пунктов наблюдений [3, 7–9]. Настоящее исследование посвящено оценке возможности динамической выставки маячной системы наблюдения в том случае, когда внешние измерения дополняются данными установленной на движущемся объекте бортовой системы об относительных скорости и курсе. При этом имеет место возмущающее действие на объект среды (ветер, течение). Такая модель рассматривается впервые, что определяет прикладную и научную новизну результатов работы.

Рассматриваемая в статье задача может быть классифицирована как обратная траекторная задача кинематического типа. Ее модель включает в себя уравнения, описывающие кинематику точки, с движением которой отождествляется движение реального объекта, и уравнения измерений; в качестве последних, не нарушая общ-

ности, рассматриваются только измерения дальностей или разностей дальностей «объект–маяк». Постановка задачи актуальна в свете проблем организации функционирования наземных радионавигационных систем, а также гидроакустических систем, размещаемых на больших глубинах с помощью автономных подводных аппаратов [2].

Основные модельные представления и постановка задачи

Ограничиваясь задачей на плоскости, рассмотрим систему из N элементов, обеспечивающую измерение дальностей «объект–маяк» либо измерение разностей этих дальностей. Введем следующие правые ортогональные системы отсчета: oxy – с началом o , совмещенным с одним из маяков (пусть его порядковый номер есть $j=1$), и осью oy , направленной известным образом; $o\tilde{x}\tilde{y}$ – с осью $o\tilde{x}$, направленной в сторону маяка с порядковым номером $j=2$, и осью $o\tilde{y}$, образующей с осью oy некоторый небольшой постоянный угол δK , так что $\tilde{x} = x + y\delta K$, $\tilde{y} = y - x\delta K$; $\tilde{o}x\tilde{o}y$ – с началом \tilde{o} , размещенным на подвижном объекте, и осями, параллельными соответствующим осям системы oxy . Траектория движения объекта отождествляется с траекторией точки \tilde{o} .

Кинематика точки на плоскости oxy описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V(t)\sin K(t) + W_1(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ \dot{y} &= V(t)\cos K(t) + W_2(t), \quad y(t_0) = y_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – модуль относительной скорости, а W_1 и W_2 – компоненты переносной скорости, обусловленной движением среды.

Будем рассматривать две информационные ситуации. Одна из них характеризуется измерениями дальностей (псевдодальностей) «объект–маяк» вида:

$$\begin{aligned} Z_j(t_i) &= |\tilde{r}_i(t_i)| + d_j + \eta_j(t), \\ j &= \overline{1, J}; \quad J = N; \quad i = \overline{1, L}, \end{aligned} \quad (2)$$

другая – измерениями разностей дальностей

$$\begin{aligned} Z_j(t_i) &= |\tilde{r}_{j+1}| - |\tilde{r}_1| + d_j + \eta_j(t), \\ j &= \overline{1, J}; \quad J = N - 1; \quad i = \overline{1, L}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{r}_j = \tilde{r} - \tilde{R}_j$, а \tilde{r} и \tilde{R}_j – соответственно радиус-векторы положения объекта и j -го маяка в системе $o\tilde{x}\tilde{y}$, причем векторы $\tilde{R}_j, j = \overline{1, N}$ известны с погрешностями $\delta\tilde{R}_j = (\varepsilon_j, \nu_j)$: d_j – малая постоянная величина, обусловленная рассогласованием шкал времен на объекте и j -м маяке: $\eta_j(t_i)$ – инструментальные погрешности измерений. $j = \overline{1, J}, i = \overline{1, L}, N$ и L – соответственно число маяков и моментов времени, в которые произведены измерения.

Таким образом, ставятся две обратные задачи, описываемые соответственно моделями ((1), (2)) и ((1), (3)) с учетом бортовых измерений значений V и K , цель решения которых – определение вектора $A = (x, y, \delta K, W_1, W_2, d_j, \varepsilon_j, \nu_j)^T, j = \overline{1, J}$.

Рассматривая при решении этих двух задач в качестве опорной траекторию движения объекта, идентифицируемую по измерениям V и K , при наличии априорных представлений о векторах $(W_1, W_2)^T$ и $(x_0, y_0)^T$ (т.е. решение навигационной

задачи традиционным методом счисления пути [10]), можно говорить о сведении исходных задач к соответствующим задачам «в малом» с вектором

$$\delta A = (\delta x, \delta y, \delta K, \delta W_1, \delta W_2, d_j, \varepsilon_j, v_j)^T, j = \overline{1, J}.$$

Далее, имея в виду ограниченность пространственно-временной области, в которой рассматривается задача, по сравнению с пространственно-временными характеристиками изменчивости физических процессов, порождающих переносное движение объекта, будем говорить о преобладании постоянной составляющей в векторе W , а следовательно, и о постоянстве вектора $\delta W = (\delta W_1, \delta W_2)^T$.

Переходя к моделям указанных двух ОТЗ в малом, отметим, что эти модели могут быть проинтерпретированы как в координатной системе oxy , так и в системе отсчета $o\tilde{x}\tilde{y}$. В системе oxy имеем:

1) уравнения невязок измерений

$$\begin{aligned} \delta Z_j(t_i) = \cos\Psi_j(t_i)\delta x(t_i) + \sin\Psi_j(t_i)\delta y(t_i) + (\cos\Psi_j(t_i)y(t_i) - \sin\Psi_j(t_i)x(t_i))\delta K \\ - \cos\Psi_j(t_i)\varepsilon_j - \sin\Psi_j(t_i)v_j + d_j + \eta_j(t_i). \end{aligned} \quad (4)$$

$$j = \overline{1, J}, J = N, i = \overline{1, L}.$$

при измерениях дальностей и

$$\begin{aligned} \delta Z_j(t_i) = (\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i))\delta x(t_i) + (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i))\delta y(t_i) \\ + \{(\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i))y(t_i) - (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i))x(t_i)\}\delta K \\ - (\cos\Psi_{j+1}(t_i)\varepsilon_{j+1} - \cos\Psi_1(t_i)\varepsilon_1) - (\sin\Psi_{j+1}(t_i)v_{j+1} - \sin\Psi_1(t_i)v_1) + d_j \\ + \eta_j(t_i). \end{aligned} \quad (5)$$

$$j = \overline{1, J}, J = N - 1, i = \overline{1, L},$$

при измерениях разностей дальностей;

2) уравнения эволюции погрешностей

$$\begin{aligned} \delta\dot{x} = \delta W_1 + \xi_1, \delta x(t_0) = \delta x_0, \\ \delta\dot{y} = \delta W_2 + \xi_2, \delta y(t_0) = \delta y_0, \\ \delta\dot{W}_1 = 0, \delta\dot{W}_2 = 0, \delta\dot{K} = 0, \\ \dot{\varepsilon}_j = 0, \dot{\varepsilon}_j = 0, \dot{d}_j = 0, j = \overline{1, J}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_1(t) = \Delta W_1 + \Delta V \sin K(t) + \Delta KV(t) \cos K(t), \\ \xi_2(t) = \Delta W_2 + \Delta V \cos K(t) - \Delta KV(t) \sin K(t); \end{aligned}$$

$\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta V, \Delta K$ – не моделируемые компоненты переносной скорости и инструментальные погрешности бортовых измерений относительной скорости и курса, о которых примем гипотезу, что они являются независимыми случайными процессами типа «белый шум» и имеют известные средние (нулевые) и постоянные интенсивности $D_{W_1} = D_{W_2} = D_W, D_v, D_K$; $\eta_j, j = \overline{1, J}$, – инструментальные погрешности измерений, для которых для определенности примем, что $M[\eta_j(t_i)\eta_s(t_p)] = \sigma^2\delta_{js}\delta_{ip}$; $M[\cdot]$ – оператор математического ожидания; δ_{js} и δ_{ip} – символы Кронекера; $\cos\Psi_j = (x - x_j)/|r_j|$, $\sin\Psi_j = (y - y_j)/|r_j|$, $|r_j| = ((x - x_j)^2 + (y - y_j)^2)^{1/2}$; $(x_j, y_j)^T$ – вектор положения j -го маяка в системе oxy .

В системе $o\tilde{x}\tilde{y}$, учитывая, что

$$\begin{aligned} \delta\tilde{x}(t_0) = \delta\tilde{x}_0 = \delta x_0 + \delta K y_0, \\ \delta\tilde{y}(t_0) = \delta\tilde{y}_0 = \delta y_0 + \delta K x_0, \end{aligned}$$

и опуская далее в обозначениях переменных знак «тильда», имеем:

1) уравнения невязок измерений

$$\delta Z_j(t_i) = \cos\Psi_j(t_i)\delta x(t_i) + \sin\Psi_j(t_i)\delta y(t_i) - \cos\Psi_j(t_i)\varepsilon_j - \sin\Psi_j(t_i)v_j + d_j + \eta_j(t_i), \quad (7)$$

$$j = \overline{1, J}, J = N, i = \overline{1, L},$$

в случае измерений дальностей и

$$\delta Z_j(t_i) = (\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i))\delta x(t_i) + (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i))\delta y(t_i) - (\cos\Psi_{j+1}(t_i)\varepsilon_{j+1} - \cos\Psi_1(t_i)\varepsilon_1) - (\sin\Psi_{j+1}(t_i)v_{j+1} - \sin\Psi_1(t_i)v_1) + d_j + \eta_j(t_i). \quad (8)$$

$$j = \overline{1, J}, J = N - 1, i = \overline{1, L},$$

при измерениях разностей дальностей;

2) уравнения эволюции погрешностей

$$\delta \dot{x} = \delta W_1 + \delta KV(t)\cos K(t) + \xi_1(t), \quad \delta x(t_0) = \delta x_0,$$

$$\delta \dot{y} = \delta W_2 - \delta KV(t)\sin K(t) + \xi_2(t), \quad \delta y(t_0) = \delta y_0, \quad (9)$$

$$\delta \dot{W}_1 = 0, \delta \dot{W}_2 = 0, \delta \dot{K} = 0,$$

$$\varepsilon_j = 0, v_j = 0, \dot{d}_j = 0, j = \overline{1, J}.$$

Завершая описание модельных представлений рассматриваемой задачи, следует отметить, что в соответствии с принятым выше правилом построения координатной системы $o\tilde{x}\tilde{y}$ имеют место условия $\varepsilon_1 = 0, v_1 = 0, v_2 = 0$.

Метод решения задачи

Прежде всего, отметим, что из двух моделей рассматриваемой в малой обратной задачи в качестве наиболее предпочтительной далее выбрана первая из них, описываемая уравнениями (4) или (5) и (6), которая проще модели (7) или (8) и (9) по виду уравнений эволюции, что позволяет в свою очередь достаточно просто (что будет видно из последующего) ответить на вопрос первой степени важности – о принципиальной разрешимости (наблюдаемости) задачи и одновременно с этим выбрать конструктивный метод решения.

Остановимся сначала на ситуации, когда измерению подлежат дальности. Запишем систему уравнений (4) с учетом решения уравнений эволюции (6) при начальных условиях $x_* = x(t_*), y_* = y(t_*)$ ($\delta x_* = \delta x(t_*), \delta y_* = \delta y(t_*)$), отнесенных к произвольному моменту времени t_* , особо отмечая при этом, что t_* может как принадлежать интервалу наблюдения, так и находиться вне его. Имеем

$$\delta Z_j(t_i) = \cos\Psi_j(t_i)\delta x_* + \sin\Psi_j(t_i)\delta y_* + (y(t_i)\cos\Psi_j(t_i) - x(t_i)\sin\Psi_j(t_i))\delta K + (t_i - t_*)\cos\Psi_j(t_i)\delta W_1 + (t_i - t_*)\sin\Psi_j(t_i)\delta W_2 - \cos\Psi_j(t_i)\varepsilon_j - \sin\Psi_j(t_i)v_j + d_j + q_j(t_i), \quad (10)$$

$$j = \overline{1, J}, J = N, i = \overline{1, L},$$

где

$$q_j(t_i) = \eta_i(t_i) + \cos\Psi_j(t_i) \int_{t_*}^{t_i} \xi_1(t) dt + \sin\Psi_j(t_i) \int_{t_*}^{t_i} \xi_2(t) dt.$$

При $J = I$ в уравнении (10) коэффициент при δK равен нулю, что с учетом вида уравнений эволюции (6) подтверждает факт (очевидных и из физических представ-

лений), что в случае использования измерений только от единственного маяка включение в число идентифицируемых параметров величины δK (отождествляемой, например, с неизвестной величиной магнитного склонения и постоянной составляющей инструментальной погрешности измерения курса) бессмысленно. Вместе с тем при $J = I$, вообще говоря (кроме траекторий, на которых $\Psi_1 = const$), ввиду линейной независимости системы функций времени $\{\cos\Psi(t), \sin\Psi(t), t\cos\Psi(t), t\sin\Psi(t), 1\}$ наблюдаем вектор $(\delta x_*, \delta y_*, \delta W_1, \delta W_2, d_1)^T$, что представляет интерес для чисто навигационной задачи.

При $J > I$ ввиду линейной независимости системы функций времени, образующих элементы матрицы коэффициентов системы уравнений (10), можно говорить о возможности наблюдения полного вектора δA (например, на траекториях, представляющих собой окружности с центром, помещённым в начало системы отсчета oxy , при $J = 2$ и $\delta A = (\delta x_*, \delta y_*, \delta W_1, \delta W_2, \delta K, \varepsilon_2, d_1, d_2)^T$), имея в виду и возможность существования запрещенных (ненаблюдаемых) траекторий (например, при $J = 2$, когда на интервале наблюдения $\Psi_1 = const$ или $\Psi_2 = const$).

Перейдем к случаю измерения разностей дальностей. По аналогии с (10) представим систему уравнений измерений в виде:

$$\begin{aligned} \delta Z_j(t_i) = & (\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i)) \delta x_* + (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i)) \delta y_* \\ & + \{(\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i))y(t_1) - (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i))x(t_1)\} \delta K \\ & + (t_i - t_*) (\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i)) \delta W_1 \\ & + (t_i - t_*) (\sin\Psi_{j+1}(t_i) - \sin\Psi_1(t_i)) \delta W_2 \\ & - (\cos\Psi_{j+1}(t_i)\varepsilon_{j+1} - \sin\Psi_{j+1}(t_i)) v_{j+1} + d_j + q_j(t_i), \end{aligned} \quad (11)$$

$$j = \overline{1, J}, \quad J = N - 1, \quad i = \overline{1, L},$$

где

$$\begin{aligned} q_j(t_i) = & \eta_j(t_i) + (\cos\Psi_{j+1}(t_i) - \cos\Psi_1(t_i)) \int_{t_*}^{t_i} \xi_1(t) dt + (\sin\Psi_{j+1}(t_i) \\ & - \sin\Psi_1(t_i)) \int_{t_*}^{t_i} \xi_2(t) dt. \end{aligned}$$

Нетрудно отметить, что при этих измерениях вектор δA наблюдаем в полном составе уже при минимальном числе маяков $N = 2$ (например, при движении объекта по уже упоминавшимся окружностям), хотя и в этом случае можно указать ситуации, когда задача становится неразрешимой (например, на интервале наблюдения $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$, т.е. при движении объекта вдоль оси $o\tilde{x}$ и $x > \tilde{x}_2$). Таким образом, можно сделать вывод, что при $N \geq 2$ постановка задачи динамической выставки многопозиционной системы правомерна с точки зрения принципиальной разрешимости (наблюдаемости) в малом.

При решении задачи выставки ее конечномерные представления (10) и (11), соответствующие двум видам используемых измерений, наиболее просто интерпретировать в качестве задач метода наименьших квадратов с обобщенной декларативной моделью

$$\delta Z = H\delta A + q, \tag{12}$$

где δZ – вектор невязок измерений, H – матрица коэффициентов, q – вектор с компонентами $q_j(t_i), j = \overline{1, J}, i = \overline{1, L}$ и процедурными моделями

$$H^T Q^{-1} H\delta A = H^T Q^{-1} \delta Z \tag{13}$$

или

$$B^{-1} H\delta A = B^{-1} \delta Z, \tag{14}$$

где $Q = M[qq^T] = BB^T$.

Для представления элементов матрицы Q разобьем образующий ее вектор q на L векторов $q^{(i)} = q(t_i) = (q_1^T(t_i), q_2^T(t_i), \dots, q_j^T(t_i))^T, i = \overline{1, L}$. Тогда матрица Q разобьется на блоки $Q^{(is)} = M[q^{(i)}q^{(s)T}], i = \overline{1, L}; s = \overline{1, L}$, с элементами $Q_{jk}^{(is)} = M[q_j(t_i)q_k(t_s)], (j, k) = \overline{1, J}$.

С учетом сказанного выше о немоделируемых компонентах задачи имеем (при $t_* \notin [t_i, t_s], (i, s) = \overline{1, L}$):

$$Q_{jk}^{(is)} = D_{jk}^{(is)} + \left(D_W + \frac{D_V}{2}\right) (\tau(is) - t_*) \left(C_j^{(i)}C_k^{(s)} + S_j^{(i)}S_k^{(s)}\right) + \left(S_j^{(i)}S_k^{(s)} - C_j^{(i)}C_k^{(s)}\right) \frac{D_V}{2} \int_{t_*}^{\tau(is)} \cos 2K(t) dt + \left(C_j^{(i)}C_k^{(s)} + S_j^{(i)}S_k^{(s)}\right) \frac{D_K}{2} \int_{t_*}^{\tau(is)} V^2(t) dt + \left(C_j^{(i)}C_k^{(s)} + S_j^{(i)}S_k^{(s)}\right) \frac{D_K}{2} \int_{t_*}^{\tau(is)} V^2(t) \cos 2K(t) dt + \left(C_j^{(i)}S_k^{(s)} + S_j^{(i)}C_k^{(s)}\right) \times \left[\frac{D_V}{2} \int_{t_*}^{\tau(is)} \sin 2K(t) dt - \frac{D_K}{2} \int_{t_*}^{\tau(is)} V^2(t) \sin 2K(t) dt\right], \tag{15}$$

где $D_{jk}^{(is)} = \sigma^2$ только при $i = s$ и $j = k$, иначе $D_{jk}^{(is)} = 0$; $\tau(is) = \arg \min_{t_i, t_s} (|t_i - t_*|, |t_s - t_i|)$; $C_j^{(i)} = \cos \Psi_j(t_i), S_j^{(i)} = \sin \Psi_j(t_i)$ в случае измерения дальностей; $C_j^{(i)} = \cos \Psi_j(t_i) - \cos \Psi_1(t_i), S_j^{(i)} = \sin \Psi_j(t_i) - \sin \Psi_1(t_i)$ в случае измерения дальностей. При $t_* \in [t_i, t_s]$ соответствующая подматрица $Q^{(is)} = 0$.

Запишем (13) и (14) в единой форме

$$\tilde{H}\delta A = \delta \tilde{Z}, \tag{16}$$

каждый раз придавая \tilde{H} и $\delta \tilde{Z}$ соответствующий смысл.

Для конструктивного решения рассматриваемых задач выставки отмечаемого у них свойства наблюдаемости, вообще говоря, недостаточно. Одна из причин этого состоит в том, что решение задач выполняется в условиях конечной точности представления чисел в ЭВМ и в этих конкретных условиях требуется подтверждение свойства потенциальной разрешимости (наблюдаемости) уже в форме условия, гарантирующего вычислительную устойчивость решения задачи (16). В качестве такого условия достаточного типа может рассматриваться условие $\mu < \mu_*$, где μ – вычисленное значение числа обусловленности оператора \tilde{H} , а μ_* – некоторое критическое число, в частности, при решении задачи с помощью ортогональных преобразований Хаусхолдера определяемое следующим образом [11]: $\mu_* = 1/(k + 11)\varepsilon_1$, где ε_1 – относительная точность представления чисел в ЭВМ (например, при удвоенной точности ЭВМ IBM PC $\varepsilon_1 \approx 2.2 \times 10^{-16}$), $k = \sqrt{n}(2n - 3)(4m + 27), n = \dim \delta A, m = LJ$.

Если условие $\mu < \mu_*$ при заданном значении ε_1 не выполняется, то целесообразно прибегнуть к операции масштабирования исходных переменных, т.е. преобразованию их по правилу $\delta \tilde{A} = P\delta A$, где $P = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_m)$, причем наиболее

эффективный путь выбора элементов $p_i, i = \overline{1, m}$ состоит в отождествлении их значений с обратными значениями евклидовых норм столбцов матрицы \tilde{H} , т.е. $p_i = \|h_i\|^{-1}, i = \overline{1, m}$. Такое масштабирование приводит к результату (по μ), отличающемуся от оптимального не более чем в \sqrt{n} раз [12], при этом гарантируется устойчивость обратного перехода к исходным переменным [13].

С учетом изложенного из двух форм моделей (13) и (14) более предпочтительной является модель (14), хотя некоторые дополнительные усилия, связанные с вычислением матрицы B , способны ограничить популярность такого типа моделей, особенно при большом числе измерений m .

Наконец, следует упомянуть еще об одном факторе, который существенно отражается на результате решения задачи выставки – это ее исходная нелинейность и проблема сходимости итерационной процедуры (здесь полагаем, что в ее основу положен МНК) в условиях конечной точности измерений, характеризуемой вектором q (одна итерация – это цикл, состоящий из измерений с последующей оценкой).

Изложенное выше указывает на необходимость проведения численных экспериментов, которые свидетельствовали бы о реальной разрешимости рассматриваемой задачи в достаточно характерных ситуациях. Некоторые результаты двух таких экспериментов, соответствующих двум обсуждаемым задачам выставки, приведены ниже.

Результаты численного исследования

Рассматривается случай двух маяков $N = 2$ с координатами $(x_1 = y_1 = 0)$ и $(\tilde{x}_2 = 210 \text{ м}, \tilde{y}_2 = 0)$; в предположении, что $W = 0$, планируется движение по окружности радиуса $r_0 = 250 \text{ м}$ из точки $(x_0 = 250 \text{ м}, y_0 = 0)$ со значениями $V = 2 \text{ м/с}$ и $K = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{V}{r_0} (t - t_0)$; погрешности модельных представлений характеризуются значениями $\delta x_0 = 10 \text{ м}, \delta y_0 = 10 \text{ м}, \delta W_1 = W_1 = 0.1 \text{ м/с}, \delta W_2 = W_2 = 0.1 \text{ м/с}, \varepsilon_1 = v_1 = 0, \varepsilon_2 = 10 \text{ м}, v_2 = 0, \delta K = 0.2 \approx 12^\circ, d_1 = d_2 = 3 \text{ м}$, а значения немоделируемых компонент случайным образом равномерно распределены в интервалах $\eta \in [-1.1] \text{ м}, \Delta V \in [-0.2, 0.2] \text{ м/с}, \Delta W_1 \in [-0.1, 0.1] \text{ м/с}, \Delta W_2 \in [-0.1, 0.1] \text{ м/с}$. Приведенные числовые данные характерны, например, при движении подводного аппарата на большой глубине [2].

На рисунке 1 приводится вид двух траекторий (для интервала времени $[0, 1200] \text{ с}$). Одна из траекторий (I) – планируемая, используется в качестве начального приближения при построении итерационной процедуры решения задачи, другая (II) – возмущенная, соответствует модельному представлению о реальном движении объекта; как видно из рис. 1, начальное представление о движении объекта достаточно заметно расходится с реальностью.

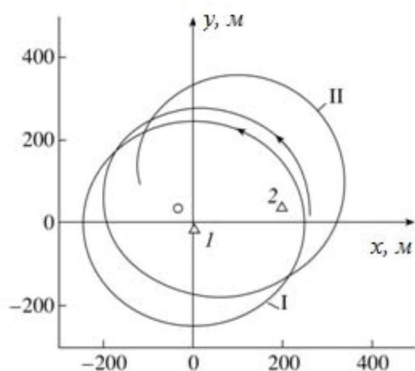


Рис. 1. Траектории движения объекта: I – планируемая, II – возмущенная; 1, 2 – номера маяков

На рисунках 2а и 3а приведены значения десятичных логарифмов чисел обусловленности по столбцам нормированных матриц $\tilde{H} = HQ^{-1}H$ при различных значениях чисел L и τ , (τ – интервал времени между соседними измерениями) и условии, что отсчет интервала наблюдения, равного $L\tau$, идет от момента времени $t_0 = 0$.

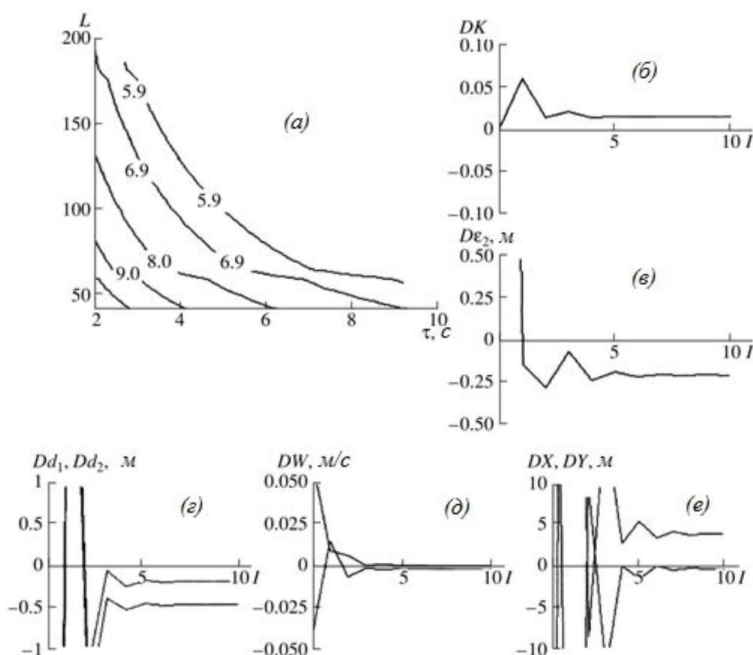


Рис. 2. Случай измерения дальностей

Остальные графики рис. 2 и 3 построены для случая $m = JL = 400$, значениях τ , равных 6 и 3 с (соответственно для дальномерной и разностно-дальномерной задач) и $t_* = L\tau$. Для этого случая критическое значение числа обусловленности (при $\varepsilon_i = 2.2 \times 10^{-16}$) и число обусловленности исходной матрицы \tilde{H} имеют сопо-

ставимые значения порядка 10^{11} , что, как показал вычислительный эксперимент, исключает возможность устойчивого решения задач в исходных переменных. Масштабирование переменных, как это видно из рис. 2а и 3а, существенно повысило обусловленность рассматриваемых задач и сделало реальностью их разрешимость. Об этом вполне убедительно свидетельствуют графики на рис. 2 и 3.

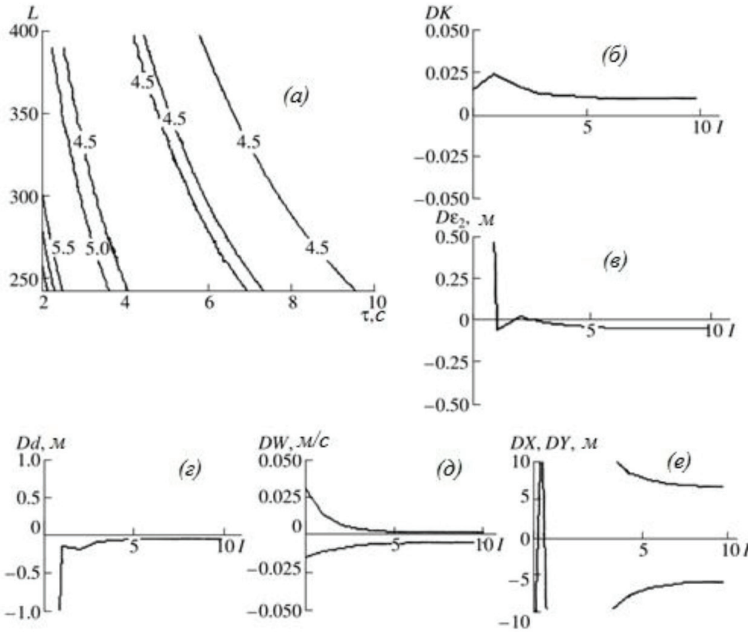


Рис. 3. Случай измерения разностей дальностей

На этих графиках приводятся значения погрешностей оценок вектора δA на итерациях (l – номер итерации, D – символ погрешности оценивания соответствующей величины); графики иллюстрируют приемлемую сходимость итерационных процедур и дают хорошее представление о точностных возможностях решения задачи выставки; в частности, погрешность представлений об ориентации системы $o\tilde{x}\tilde{y}$ снижена примерно с 12° до 1° (см. рис. 2б и 3б), местоположении маяка – с 10 до (0.05–0.2) м (см. рис. 2в и 3в), рассогласовании шкал времен (в пересчете на дальность) – с 3 до (0.05–0.45) м (см. рис. 2г и 3г), компонентах переносной скорости – с 0.1 до 0.005 м/с (см. рис. 2д и 3д), координаты объекта на конце траектории определены с точностью порядка 5 м (см. рис. 2е и 3е).

При численном имитационном решении чисто навигационных задач попытка игнорирования в моделях задач возмущающих факторов, обусловленных априорными погрешностями выставки многопозиционной системы и учитываемых в рассмотренных выше расширенных моделях, приводит (при тех же, что указаны выше, числовых значениях возмущений) к тому, что итерационная процедура не сходится (при $N = 2$) в область допустимых решений ни в случае дальномерных, ни тем более в случае разностно-дальномерных измерений.

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что с учётом возможности представления в различных системах координат задача динамической выставки многопозиционной системы разрешима и свойства её моделей приемлемы для практических приложений. Вообще, рассматриваемая задача потенциально имеет весьма широкий спектр применимости. Она актуальна в свете проблем организации функционирования маячных навигационных систем различного назначения, и здесь (не теряя общности) следует особо отметить, в том числе, системы навигации современных мобильных устройств. Так, в статье [14] исследуется возможность осуществлять навигацию внутри зданий, где отсутствует устойчивый приём данных GPS, используя в качестве измерений уровень сигнала множества точек WiFi. Решение этой задачи требует достаточно точной привязки WiFi роутеров к используемой локальной системе координат. Такая выставка вполне может быть осуществлена описанным в настоящей работе способом, хоть и потребует учёта особенностей распространения радиоволн в помещении [15]. В работе [16] предлагается использовать для решения навигационных задач сигналы базовых станций GSM. Выставка такой системы наблюдения также полностью соответствует представленным здесь моделям этой задачи.

В заключение сформулируем основные результаты проведённого исследования. Предложена модельная интерпретация двухкоординатной задачи выставки (координатной привязки) многопозиционной системы наблюдения, действующей на базе измерителей дальностей или разностей дальностей; отмечены технологические аспекты модельных представлений, определяющие возможность решения проблемы относительной выставки многопозиционной системы; предложена методика обработки данных навигационных измерений, ориентированная на автоматизацию решения задачи выставки современными инструментальными и вычислительными средствами; наконец, сымитировано решение задачи и продемонстрирована физическая достижимость выставки многопозиционной системы с высокой точностью, достаточной для последующего решения различных навигационных задач [17, 18]. Работа актуальна в свете проблем разработки и организации функционирования современных многопозиционных систем наблюдения маячного типа.

-
1. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы. М.: Радио и связь, 1987.
 2. Агеев М.Д., Касаткин Б.А., Киселев Л.В. Автоматические подводные аппараты. Л.: Судостроение, 1981.
 3. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993.
 4. Развитие средств навигационного оборудования прибрежной зоны Российской Федерации в соответствии с концепцией e-навигации / Е.П. Гладских, В.Н. Костин, В.А. Максимов, Ю.М. Репин // Навигация и гидрография. 2016. № 43. С. 13–21.
 5. Катенин В.А., Дмитриев В.И. Навигационное обеспечение судовождения. М.: Академкнига, 2006.

6. Лентарёв А.А. Системы управления движением судов. Калининград: Всесоюзный институт повышения квалификации Минрыбхоза СССР, 1985.
7. Урличич Ю.М. Перспективы развития системы ГЛОНАСС // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2010. № S2. С. 10–14.
8. Игнатюк В.А., Сметанин С.И., Марус В.С. Способ организации расширенной системы спутникового GNSS мониторинга // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2015. № 1. С. 72–79.
9. Сметанин С.И., Игнатюк В.А., Евстифеев А.А. Способ реализации программной веб-части системы спутникового мониторинга // Информационные технологии. 2015. Т. 21. № 6. С. 448–455.
10. Дерябин В.В., Сазонов А.Е. Нейро-нечёткая модель счисления пути судна // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. 2015. № 4. С. 1–16.
11. Малышев А.Н. Введение в вычислительную линейную алгебру. Новосибирск: Наука, 1991.
12. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986.
13. Devyatisil'nyi A.S., Kryzhko I.B. Numerical research of the correction problem of an inertial navigational system // Journal of Computer and Systems Sciences International. 1997. Vol. 36, Is. 1. P. 129–133.
14. Мурашко И.А., Храбров Д.Е. Методика локального позиционирования на основании Wi-Fi-сети университета // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2: Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, Вылічальная тэхніка і кіраванне. 2015. № 2. С. 119–127.
15. Казаков Е.Н. Разработка и программная реализации алгоритма оценки уровня сигнала в сети Wi-Fi // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2016. № 1. С. 13.
16. Щёкотов М.С., Кашевник А.М. Сравнительный анализ систем позиционирования смартфонов в помещениях // Труды СПИИРАН. 2012. № 4. С. 459–471.
17. Девятисильный А.С., Дорожко В.М., Гриняк В.М. Нейроподобные алгоритмы высотной классификации движущихся объектов // Информационные технологии. 2001. № 12. С. 45–51.
18. Nabaа N., Bishop R.H. Estimate fusion for 2D search sensors // AIAA Guidance, Navigation and Control Proceedings. 1995. Vol. 1. P. 677–684.

Транслитерация

1. Kondrat'ev V.S., Kotov A.F., Markov L.N. Mnogopozitsionnye radiotekhnicheskie sistemy. M.: Radio i svyaz', 1987.
2. Ageev M.D., Kasatkin B.A., Kiselev L.V. Avtomaticheskie podvodnye apparaty. L.: Sudostroenie, 1981.
3. Shebshaevich V.S. Setevye sputnikovye radionavigatsionnye sistemy. M.: Radio i svyaz', 1993.
4. Gladskikh E.P., Kostin V.N., Maksimov V.A., Repin Yu.M. Razvitie sredstv navigatsionnogo oborudovaniya pribrezhnoi zony Rossiiskoi Federatsii v sootvetstvii s kontseptsiei e-navigatsii, *Navigatsiya i gidrografiya*, 2016, No 43, pp. 13–21.
5. Katenin V.A., Dmitriev V.I. Navigatsionnoe obespechenie sudovozhdeniya, M.: Akademkniga, 2006.
6. Lentarev A.A. Sistemy upravleniya dvizheniem sudov, Kaliningrad: Vsesoyuznyi institut povysheniya kvalifikatsii Minrybkhhoza SSSR, 1985.

7. Urlichich Yu.M. Perspektivy razvitiya sistemy GLONASS, *T-Comm: Telekommunikatsii i transport*, No S2, 2010, pp. 10–14.
8. Ignatyuk V.A., Smetanin S.I., Marus V.S. Sposob organizatsii rasshirennoi sistemy sputnikovogo GNSS monitoringa, *Territoriya novykh vozmozhnostei. Vestnik Vladivostokskogo gosudarstvennogo universiteta ekonomiki i servisa*, 2015, No 1, pp. 72–79.
9. Smetanin S.I., Ignatyuk V.A., Evstifeev A.A. Sposob realizatsii programmnoi veb-chasti sistemy sputnikovogo monitoringa, *Informatsionnye tekhnologii*, 2015, vol. 21, No 6, pp. 448–455.
10. Deryabin V.V., Sazonov A.E. Neiro-nechetkaya model' schisleniya puti sudna, *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova*, 2015, No 4, pp. 1–16.
11. Malyshev A.N. Vvedenie v vychislitel'nyu lineinuyu algebru, Novosibirsk: Nauka, 1991.
12. Louson Ch., Khenson R. Chislennoe reshenie zadach metoda naimen'shikh kvadratov, M.: Nauka, 1986.
13. Devyatisil'nyi A.S., Kryzhko I.B. Numerical research of the correction problem of an inertial navigational system, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1997, Vol. 36. Is. 1. P. 129–133.
14. Murashko I.A., Khrabrov D.E. Metodika lokal'nogo pozitsionirovaniya na osnovanii Wi-Fi-seti universiteta, *Vesnik Grodzenskaga dzyarzhaj'naga y'niversiteta imya Yanki Kupaly. Seryya 2: Matematyka. Fizika. Infarmatyka, Vylichal'naya tekhnika i kiravanne*, 2015, No 2, pp. 119–127.
15. Kazakov E.N. Razrabotka i programmaya realizatsii algoritma otsenki urovnya signala v seti Wi-Fi, *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii*, 2016, No 1, p. 13.
16. Shchekotov M.S., Kashevnik A.M. Sravnitel'nyi analiz sistem pozitsionirovaniya smartfonov v pomeshcheniyakh, *Trudy SPIIRAN*, 2012, No 4, pp. 459–471.
17. Devyatisil'nyi A.S., Dorozhko V.M., Grinyak V.M. Neiropodobnye algoritmy vysotnoi klassifikatsii dvizhushchikhsya ob'ektov, *Informatsionnye tekhnologii*, 2001, No 12, pp. 45–51.

© В.М. Гриняк, 2017

© Е.Г. Лаврушина, 2017

© О.Б. Богданова, 2017

Для цитирования: Гриняк В.М., Лаврушина Е.Г., Богданова О.Б. Выставка многопозиционной системы наблюдения по траекторным измерениям // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2017. Т. 9. № 4. С. 188–200.

For citation: Grinyak V.M., Lavrushina E.G., Bogdanova O.G. Adjustment of multiposition observing system with respect to trajectory measurements, *The Territory of New Opportunities. The Herald of Vladivostok State University of Economics and Service*, 2017, Vol. 9, No 4, pp. 188–200.

Дата поступления: 02.06.2017.